

**Tussentijdse Toets Wiskunde I**  
**1ste bachelor Biochemie & Biotechnologie, Chemie,**  
**Geografie, Geologie, Informatica,**  
**Schakelprogramma Master Toegepaste Informatica,**  
**Master Chemie**  
**donderdag 14 november 2013, 8:30-10:00 uur**  
**in auditoria K.00.07 en L.00.07**

**Naam:**

**Studierichting:**

**Naam assistent:**

(Assistenten zijn: Emmanuel Bultot, Sander Devriendt, Maciej Haneczok, Hilde Hoegaerts, Jonas Kaerts, Tristan Kuijpers, Nele Lejon, Berdien Peeters, Céline Pringels, Jasper Van Hirtum en Sofie Van Thielen).

- Deze toets is bedoeld om u vertrouwd te maken met de wijze van ondervraging op het examen en om te testen of u de stof die tot nu toe behandeld is voldoende beheerst. Alle vragen tellen even zwaar mee.
- U mag gebruik maken van de cursus Wiskunde I en van een rekenmachine (grafisch is toegestaan, een symbolisch niet).
- Schrijf de antwoorden duidelijk leesbaar op in goede Nederlandse zinnen. Begin het antwoord op elke vraag op een nieuw blad. Vermeld uw naam op elk blad.
- Vermeld op dit blad ook de naam van uw assistent.
- Succes!

**Naam:**

**Studierichting:**

**Vraag 1** Neem  $p \in \mathbb{R}$  met  $p > 0$  en

$$f(x) = \frac{1}{(1+x)^p} \quad \text{voor } x \geq 0.$$

- (a) Bereken de raaklijn aan de grafiek van  $f$  in het punt  $(a, f(a))$  als  $a \geq 0$ . Bereken ook de snijpunten van de raaklijn met de coördinaatassen.
- (b) Het volume van het omwentelingslichaam dat ontstaat door de grafiek van  $f$  te wentelen rond de  $x$ -as is

$$\pi \int_0^{\infty} [f(x)]^2 dx.$$

Voor welke  $p > 0$  is de oneigenlijke integraal convergent? Bereken het volume voor die waarden van  $p$ .

- (c) Stel een integraal op voor het volume van het omwentelingslichaam dat ontstaat door de grafiek van  $f$  **rond de  $y$ -as** te wentelen. U hoeft deze integraal niet uit te rekenen.

**Antwoord:**

**Vraag 2** Naam aan dat  $a_0, a_1, a_2, \dots$  een rij van getallen is waarvoor geldt  $a_0 = 1$  en

$$a_n = \frac{1}{2} \left( a_{n-1} + \frac{2}{a_{n-1}} \right)$$

voor  $n \geq 1$ . Bewijs met volledige inductie dat  $1 \leq a_n \leq 2$  geldt voor elke  $n \in \mathbb{N}$ .

**Antwoord:**

**Vraag 3** Beschouw de functie

$$f(x) = \int_0^x \frac{(1-t)}{1+t} \cos(\pi t) dt$$

- (a) Toon aan dat  $f$  een lokaal minimum aanneemt in  $x = 1$ .
- (b) Benader de waarde van het lokale minimum met behulp van de trapeziumregel  $T_4$ .
- (c) Bereken de tweedegraads Taylorveelterm van  $f(x)$  rond het punt  $x = 0$ .

**Antwoord:**