

## Tussentijdse Toets Bewijzen en Redeneren

1ste fase Fysica  
woensdag 7 november 2012, 16-17:30 uur  
auditorium 200K.00.06

1ste fase Wiskunde + 2de fase Fysica  
vrijdag 9 november 2012, 11-12:30 uur  
lokaal 200C.Aud C

**Naam:**

**Studierichting:**

**Naam van assistent:**

(Bart Bories of An Speelman)

- Geef uw antwoorden in volledige, goed lopende zinnen.
- De toets bestaat uit 2 vragen. Begin het antwoord op het examenblad en vul eventueel aan met losse bladen.
- Elke vraag telt even zwaar mee.
- Succes!

**Naam:**

**Vraag 1** Zij  $f : X \rightarrow Y$  een functie.

(a) Bewijs dat

$$A \subset f^{-1}(f(A)) \tag{1}$$

geldt voor elke  $A \subset X$ .

(b) Laat door middel van een voorbeeld zien dat gelijkheid in (1) niet altijd hoeft te gelden.

(c) Bewijs dat

$$\forall A \in P(X) : A = f^{-1}(f(A))$$

als en slechts als  $f$  injectief is.

**Antwoord:**

**Naam:**

**Vraag 2** In deze opgave is  $X$  een verzameling en  $Y$  een vast gekozen deelverzameling van  $X$ . We bekijken de volgende relatie op  $P(X)$

$$R = \{(A, B) \in P(X) \times P(X) \mid A \subset B \cup Y\}$$

- (a) Is  $R$  reflexief, symmetrisch, transitief? Bewijs of geef een tegenvoorbeeld.
- (b) Bewijs dat  $R \cap R^{-1}$  een equivalentierelatie is.
- (c) Neem  $X = \{1, 2, 3, 4\}$  en  $Y = \{2, 4\}$ .

Beschrijf voor dit geval de equivalentieklasse  $[\emptyset]$  van de lege verzameling voor de equivalentierelatie uit onderdeel (b). Uit hoeveel elementen bestaat deze equivalentieklasse?

**Antwoord:**