

# Studietoets Analyse I (2010)

NAAM en voornaam: .....

Studierichting: .....

---

<b>Vraag</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>
<b>Score</b>				

---

1. Zij  $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$  een Cauchyrij in  $\mathbb{R}^p$ . Toon aan dat er een deelrij  $(x_{n_k})_{k \in \mathbb{N}}$  bestaat zo dat

$$\|x_{n_{k+1}} - x_{n_k}\| < \frac{1}{k!}$$

voor alle  $k \in \mathbb{N}$ .

2. Beschouw  $a, b \in \mathbb{R}_0^+$  met  $a < 1$  en  $ab < 1$ . Toon aan dat de functie  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  met functievoorschrift

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a^n \cos(b^n \pi x)$$

goed gedefinieerd en afleidbaar is.

3. Bewijs zorgvuldig de regel van de l'Hôpital in de situatie waarbij

- het domein waarop  $f$  en  $g$  gedefinieerd zijn, gelijk is aan  $]1, +\infty[$ .
- het punt  $a$  waarin de limiet berekend wordt, gelijk is aan 1.
- $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} g(x) = -\infty$ .
- $\lim_{x \rightarrow 1} (f'(x)/g'(x)) = 5$ .

4. Beschouw een functie  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  die continue afgeleiden heeft minstens tot en met de derde orde. Zij  $a \in \mathbb{R}$  een punt waarvoor  $f'(a) = f''(a) = 0$ . Kan  $f$  een lokaal extremum bereiken in  $a$ ? Argumenteer!.

*Deze toets zal opgevraagd worden in de les van 20/04/10. Gelieve je antwoorden samen te nieten met dit opgeveblad in de linkerbovenhoek.*