

## Tussentijdse test Thermodynamic (23 April 2014)

Voornaam: .....

Naam: .....

### Instructies

- Deze test is schriftelijk: probeer het antwoord duidelijk te schrijven. Ruwe schetsen kunnen eerst op een kladpapier; dat wordt niet afgegeven en dus ook niet verbeterd.
- Wil elke bladzijde nummeren (van 1 tot ...).
- Geef eventueel de betekenis van de gebruikte symbolen en maak een figuur indien relevant. Vergeet de eenheden niet.
- Veel succes !

### Vragen

1. Hoeveel massa ijs is er nodig om een kopje thee met 200 gram kokend water (100 graden Celsius) af te koelen tot 65 graden Celsius ? Het ijs heeft een initiële temperatuur van  $-15^{\circ}\text{C}$ .

(Gegeven: ijs heeft een smeltwarmte van  $3.33 \times 10^5 \text{ J / kg}$ , de specifieke warmtecapaciteit van ijs is  $0.5 \text{ cal/g} \cdot ^{\circ}\text{C}$ )

Oplossing:

$$\Delta Q_{H_2O} + \Delta Q_{ijs} = 0$$

$$c_{H_2O} \cdot m_{H_2O} \cdot \Delta T_{H_2O} + c_{ijs} \cdot m_{ijs} \cdot \Delta T_{ijs} + L \cdot m_{ijs} + c_{smeltijs} \cdot m_{smeltijs} \cdot \Delta T_{0 \rightarrow 65} = 0 \text{ [eq. 1]}$$

of met andere woorden:

warmte om water af te koelen van  $100^{\circ}\text{C}$  tot  $65^{\circ}\text{C}$  + warmte om ijs op te warmen van  $-15^{\circ}\text{C}$  tot  $0^{\circ}\text{C}$  + warmte voor fase overgang ijs  $\rightarrow$  water + warmte om gesmolten ijs op te warmen van  $0^{\circ}\text{C}$  tot  $65^{\circ}\text{C} = 0$ .

$c_{ijs} = 0.5 \text{ cal/g} \cdot ^{\circ}\text{C}$ , we weten dat  $1 \text{ cal} = 4.186 \text{ J}$ , waardoor  $c_{ijs} = 2.093 \text{ J/g} \cdot \text{K}$

Voorts weten we dat  $c_{H_2O} = 4.18 \text{ J/g} \cdot \text{K}$  en dat  $L = 333 \text{ J/g}$ .

Dus dan wordt [eq.1]:

$$(4.18 \cdot 200 \cdot (-35)) + (2.093 \cdot m_{ijs} \cdot 15) + (333 \cdot m_{ijs}) + (4.18 \cdot m_{ijs} \cdot 65) = 0$$

$$-29260 + 31.395 \cdot m_{ijs} + 333 \cdot m_{ijs} + 271.7 \cdot m_{ijs} = 0$$

$$636.1 \cdot m_{ijs} = 29260$$

$$m_{ijs} = 29260/636.1 \approx 46 \text{ g}$$

2. Twee identieke gasbellen (diatomisch) worden gevormd op de bodem van een meer en stijgen naar het wateroppervlak. Op de bodem is de druk groter dan aan het wateroppervlak, bijgevolg zetten de bellen uit tijdens het stijgen. De eerste gasbel ('A') stijgt zo snel dat er geen warmte-uitwisseling mogelijk is tussen de gasbel en het water. De tweede gasbel ('B') stijgt zeer langzaam en blijft in thermisch evenwicht met het water. De temperatuur van het water blijft constant. Op het moment dat beide bellen het wateroppervlak bereiken, kan men zeggen dat :

- (a) gasbel 'A' groter is dan gasbel 'B'
- (b) beide gasbellen even groot zijn
- (c) gasbel 'A' kleiner is dan gasbel 'B'

Kies en verklaar !

Voor gasbel 'A' weten we dat ze adiabatisch stijgt ( $Q = 0$ ). Voor adiabatische processen kunnen we de relatie tussen de druk en het volume uitdrukken als:

$$P_A \cdot V_A^\gamma = cst$$

$$V_{f,A} = (P_{i,A}/P_{f,A})^{1/\gamma} \cdot V_{i,A}$$

Terwijl we voor de isotherme gasbel de ideale gaswet kunnen gebruiken:

$$V_{f,B} = (P_{i,B}/P_{f,B}) \cdot V_{i,B}$$

Daar  $T = \text{constant}$ ,  $V_{i,A} = V_{i,B}$ ,  $P_{i,A}/P_{f,A} = P_{i,B}/P_{f,B}$ , en  $\gamma \approx 1.4$ , vinden we dat

$$V_{f,A} < V_{f,B}.$$

maw: het volume van de bel die isothermisch stijgt (i.e., B) is groter dan de bel die adiabatisch stijgt. Het juiste antwoord is (c).

3. Bij koudere temperaturen dan 0.3 K heeft de smeltlijn van  ${}^3\text{He}$  een negatieve helling (zie Figuur 1). Bepaal en verklaar welke toestandsfase (vast of vloeibaar) de grootste dichtheid heeft ? (men mag aannemen dat de entropie van een vloeistof groter is dan die van dezelfde vaste stof)

Via Clausius-Clapeyron hebben we:  $\frac{dP}{dT} = \frac{L}{T \cdot \Delta V}$ . Indien we aannemen dat  $\Delta V = V_{\text{liquid}} - V_{\text{solid}}$  en dat  $L/T = S_{\text{liquid}} - S_{\text{solid}} > 0$ , dan moet  $\Delta V < 0$  vermits  $dP/dT < 0$  bij temperaturen onder de 0.3 K. Maw,  $V_{\text{liquid}} < V_{\text{solid}}$ , waardoor we kunnen stellen dat de vloeibare toestand van  ${}^3\text{He}$  en hogere dichtheid heeft dan de vaste toestand.

4.

(a) Bereken de adiabatische expansiecoëfficiënt voor een ideaal gas bestaande uit 2 mol stikstof ( $\text{N}_2$ ) en 5 mol He.

$C_V = (f/2) \cdot n \cdot R$ , en vermits alle energieën optelbaar zijn in een mengsel krijgen we:

$$C_{V,\text{mengsel}} = C_{V,\text{N}_2} + C_{V,\text{He}} = \left(\frac{5}{2} \cdot 2 \cdot R\right) + \left(\frac{3}{2} \cdot 5 \cdot R\right) = \frac{25}{2} R$$

$$C_P = nR + C_V, \text{ waardoor } C_P = 7R + \frac{25}{2} R = \frac{39}{2} R$$

Bijgevolg,  $\gamma = C_P/C_V = 1.56$

(b) Dat gas comprimeert adiabatisch van 3 liter naar 1 liter bij een begintemperatuur van 35 graden Celsius en een eindtemperatuur van 200 graden Celsius. Wat is de verandering in

entropie voor dat mengsel ?

$$\Delta S = C_V \cdot \ln \frac{T_f}{T_i} + n \cdot R \cdot \ln \frac{V_f}{V_i}, \text{ wat leidt tot}$$

$$\Delta S = \frac{25}{2} \cdot R \cdot \ln \frac{473}{308} + 7 \cdot R \cdot \ln \frac{1}{3},$$

$$\Delta S = 5.36 \cdot R + (-7.69 \cdot R),$$

$$\Delta S = -2.33 \cdot R$$

De entropie verandering is negatief, maar de entropie van de omgeving zal nog meer stijgen.

c) Bereken de geluidssnelheid van het gas via de formule  $c = \sqrt{\frac{1}{\rho \kappa_S}}$  bij de begintemperatuur  $T = 35$  graden Celsius, waarin  $\rho$  de gasdichtheid is (massa per volume) en  $\kappa_S$  is de isentropische compressibiliteit. (Wat je moet weten is dat He = 4 g/mol en N<sub>2</sub> = 28 g/mol)

$\frac{C_P}{C_V} = \frac{\kappa_T}{\kappa_S}$ , waarbij  $\kappa_T$  de isothermische compressibiliteit is ( $\kappa_T = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T$ ). Voor een ideaal gas is  $\kappa_T = 1/P$  en kunnen we dus  $\kappa_S$  schrijven als

$$\kappa_S = \frac{1}{\gamma \cdot P}.$$

Voorts weten we dat we de massadichtheid  $\rho$  kunnen uitdrukken als molaire massadichtheid voor een ideaal gas:

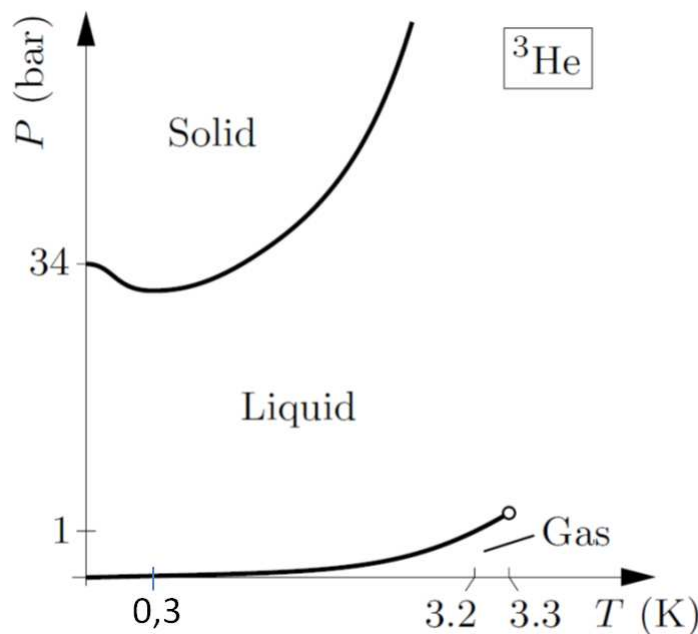
$\rho = \text{molaire massa/molair volume}$

$\rho = \frac{M_{mol} \cdot P}{R \cdot T}$ , en wordt de uitdrukking van de geluidssnelheid van het gas:

$c = \sqrt{\frac{\gamma \cdot R \cdot T}{M_{mol}}}$ . Sinds we 2 mol stikstof hebben en 5 mol He wordt  $M_{mol} = (2 \cdot 28 + 5 \cdot 4)/7$  g/mol, en is de geluidssnelheid:

$$c = \sqrt{\frac{1.56 \cdot 8.31 \cdot 308}{10.8 \cdot 10^{-3}}} \text{ (J/Kg)}$$

$$c \simeq 608 \text{ m/s}$$



Figuur 1: Fase diagram van <sup>3</sup>He