

Voorbeelden van examenvragen

1. Beschouw volgende twee functies

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} : x \mapsto e^{-2x}(\cos x + 2 \sin x) \quad \text{en} \quad g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} : x \mapsto e^{-x}(\cos x + \sin x).$$

Wat kan je zeggen over het bestaan en de eventuele waarde van de limieten

$$\lim_{+\infty} \frac{f}{g} \quad \text{en} \quad \lim_{+\infty} \frac{f'}{g'}.$$

Geef commentaar met de regel van de l'Hôpital in het achterhoofd.

2. (a) Zij $(y_n)_n$ een begrensde rij in \mathbb{C} . Toon aan dat voor elke rij $(x_n)_n$ in \mathbb{C} waarvoor de reeks $\sum_n x_n$ absoluut convergeert, geldt dat de reeks $\sum_n (x_n y_n)$ ook absoluut convergeert.
- (b) Veronderstel nu dat $(y_n)_n$ een rij is in \mathbb{C} die de eigenschap heeft dat voor elke $(x_n)_n$ in \mathbb{C} waarvoor de reeks $\sum_n x_n$ absoluut convergeert, geldt dat de reeks $\sum_n (x_n y_n)$ ook absoluut convergeert. Mag je besluiten dat $(y_n)_n$ begrensd is? Argumenteer!

3. Beschouw volgende verzameling F van functies van $[0, 1]$ naar \mathbb{R} :

$$F = \{f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R} \mid f \text{ continu}, \exists \delta \in]0, 1], \forall x \in [0, \delta] : f(x) = 0\}.$$

We beschouwen de supremummetriek d_∞ op F .

Is (F, d_∞) volledig? Zo ja, bewijs; zo neen, wat is de vervollediging?