

Tussentijdse Toets Bewijzen en Redeneren

1ste fase Fysica en Wiskunde
maandag 29 oktober 2018, 16:30–18:00 uur

Fysica: auditorium 200M.00.07
Wiskunde + TWIN: auditorium 200 C Aud A

Naam:

Studierichting:

- Geef uw antwoorden in volledige, goed lopende zinnen.
- De toets bestaat uit 3 vragen. Begin het antwoord op het examenblad en vul eventueel aan met losse bladen.
- Puntenverdeling per vraag:
 - Vraag 1: 6 pt
 - Vraag 2: (a) 4 pt (b) 8 pt
 - Vraag 3: (a) 4 pt (b) 4 pt 4 pt
- Als u de toets voldoende maakt, behaalt u een bonus voor het examen van Bewijzen en redeneren:
 - Bij 15 op 30: 1 punt bonus
 - Bij 20 op 30: 1,5 punt bonus
 - Bij 25 op 30: 2 punten bonus
- Succes!

Naam:

Vraag 1 Is de volgende bewering over een verzameling X waar of niet?

$$[\exists x \in X : \forall A \in P(X) : \neg(x \in A)] \implies X = \emptyset.$$

Geef een bewijs indien de bewering waar is; geef een tegenvoorbeeld als ze niet waar is.

Antwoord:

Naam:

Vraag 2 Zij $f : X \rightarrow Y$ een functie, $A \in P(X)$ en $B \in P(Y)$.

(a) Geef een voorbeeld waaruit blijkt dat de implicatie

$$B \subset f(A) \implies f^{-1}(B) \subset A$$

niet altijd hoeft te gelden.

(b) Bewijs dat

$$\forall A \in P(X) : \forall B \in P(Y) : B \subset f(A) \implies f^{-1}(B) \subset A$$

geldt als en slechts als f injectief is.

Antwoord:

Naam:

Vraag 3 In deze opgave is X een willekeurige niet-lege verzameling en Y een vast gekozen deelverzameling van X . We bekijken de volgende relatie op $P(X)$

$$R = \{(A, B) \in P(X) \times P(X) \mid A \subset B \cup Y\}$$

- (a) Is R reflexief, symmetrisch, transitief? Bewijs of geef een tegenvoorbeeld.
- (b) Bewijs dat $R \cap R^{-1}$ een equivalentierelatie is.
- (c) Neem $X = \{1, 2, 3, 4\}$ en $Y = \{2, 4\}$.

Beschrijf voor dit geval de equivalentieklasse $[\emptyset]$ van de lege verzameling voor de equivalentierelatie uit onderdeel (b). Uit hoeveel elementen bestaat deze equivalentieklasse?

Antwoord: